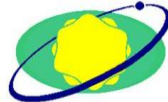




Ako správne transformovať medzi ETRS89 a S-JTSK



Medzinárodný seminár

Tatry 2011

**VYUŽITIE MODERNÝCH GEODETICKÝCH TECHNOLOGIÍ V SÚČASNÝCH GEODETICKÝCH REFERENČNÝCH
SYSTÉMOCH.**

24. -25. November 2011, Tatranská Lomnica, Slovensko

Ing. Branislav DROŠČÁK, PhD.

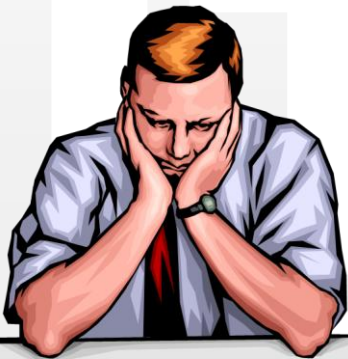
Geodetický a Kartografický Ústav Bratislava

branislav.droscak@skgeodesy.sk



Obsah

- Motivácia
- Používanie pojmov systém a realizácia
- JTSK03
 - História
 - Definícia
 - Vyjadrenie vzťahu medzi S-JTSK (JTSK03) a ETRS89 (ETRF2000)
 - Implementácia JTSK03 realizácie na Slovensku
 - Spresnenie definície JTSK03 realizácie
 - Závery
- JTSK
 - Vzťahy medzi S-JTSK (JTSK) a S-JTSK (JTSK03)
 - Práca v realizácii JTSK



Transformácia
ETRS89 - S-JTSK



- Pozastavenie sa nad:
 - nesprávnym používaním transformácie medzi ETRS89 ↔ S-JTSK (JTSK03) odbornou geodetickou verejnosťou vo vlastných alebo štandardných transformačných softvéroch
 - kritikou zavedenia JTSK03 realizácie, ktorá je spájaná s chaosom v Katastri
- Záujem:
 - naučiť odbornú geodetickú verejnosť správne chápať a používať JTSK03 realizáciu



Výsledky z testovania transformácie ETRS89 → S-JTSK (JTSK03) na cca 50 bodoch rozmiestnených po celom území SR

ETRS89 (ETRF200)			S-JTSK (JTSK03)		GEOTECH		Geodis		Geoteam		Ornth		Geotronics	
φ [° '"]	λ [° '"]	h [m]	y (m)	x (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)
475809.610206	173200.756215	161.345	544051.099	1303273.088	0.007	0.000	-0.001	-0.002	0.003	-0.001	0.007	-0.003	0.000	0.001
481850.520713	173332.968563	200.635	538507.048	1265299.907	0.007	0.000	-0.002	-0.003	0.018	0.013	0.007	-0.003	0.000	0.001
481839.078237	194900.944616	276.525	371624.343	1279082.589	0.008	0.000	0.003	-0.001	0.016	-0.003	0.008	-0.004	0.000	0.001
492037.626143	192338.742539	784.915	394761.737	1162374.558	0.008	0.000	-0.003	-0.002	0.018	0.000	0.008	-0.004	0.000	0.001
...
485638.430060	220148.142309	217.464	205125.923	1217097.705	0.009	0.001	0.003	0.005	0.004	0.004	0.009	-0.003	0.001	0.002
490002.811475	201327.966269	739.674	336847.689	1204404.014	0.007	0.000	-0.001	0.004	0.002	-0.009	0.007	-0.003	0.000	0.001
490028.783317	191625.949976	828.694	406183.427	1198991.212	0.008	0.000	-0.003	0.002	0.008	-0.004	0.008	-0.003	0.000	0.001
485108.774214	215102.164118	168.594	218656.482	1226776.987	0.009	0.000	0.002	-0.003	0.007	-0.001	0.009	-0.004	0.001	0.001
483824.044535	205401.512909	747.864	289523.154	1247222.46	0.008	0.000	0.004	0.003	0.011	0.019	0.008	-0.003	0.000	0.001
				Priemer	0.008	0.000	0.000	0.001	0.009	0.004	0.008	-0.003	0.000	0.001
				Max.hodnota	0.009	0.001	0.005	0.006	0.019	0.020	0.009	-0.003	0.001	0.002

Problém v definícii JTSK03 alebo
problém v testovaných
softvéroch?



Termíny system a realizácia

- realizácia referenčného systému predstavuje určenie požadovaných parametrov, ako sú súradnice, výšky alebo tiažové zrýchlenia v zmysle definície systému, ktoré sa vzťahujú na body stabilizované na zemskom povrchu pre konkrétny (definovaný) okamih,
- na odlíšenie jednotlivých realizácií sa používa pripojenie dvoj alebo štvorčíslika znamenajúceho rok zavedenia, resp. rok výpočtu realizácie
- príklady označenia systémov a realizácií:

Referenčný systém (Datum)	Realizácia
ETRS89	ETRF2000, ETRF97, ...
S-JTSK	JTSK, JTSK03
S-42	S-42, S-42/83
Bpv	Bpv, Bpvy
...	...

Pozor na miešanie systémov a realizácií pri označeniach transformácií!

ETRS89 (ETRF2000) → S-JTSK (JTSK03) ✓

~~**ETRS89 → JTSK03**~~



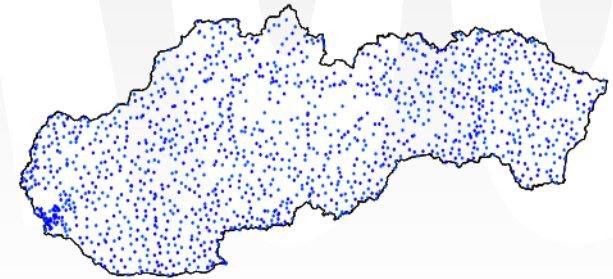
Čo je a čo nie je JTSK03?

JTSK03

Nová realizácia (referenčný rámec)
národného súradnicového systému S-JTSK

- súradnice sú vyjadrené v rovine Křovákovo
zobrazenia (2D)
- realizácia JTSK03 je založená na jednoznačnom
vzťahu k ETRS89
- všetky body, ktoré majú súradnice v ETRS89
majú taktiež súradnice aj v JTSK03 a to platí
aj naopak

Nový národný súradnicový
~~system~~

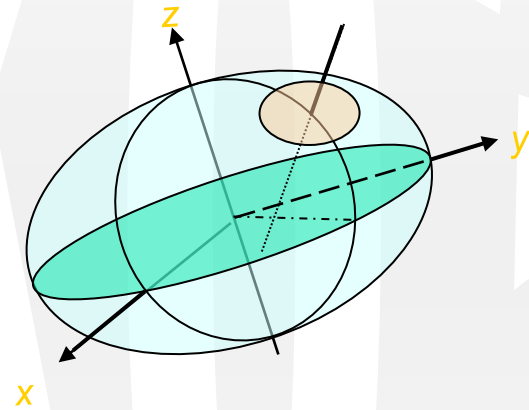




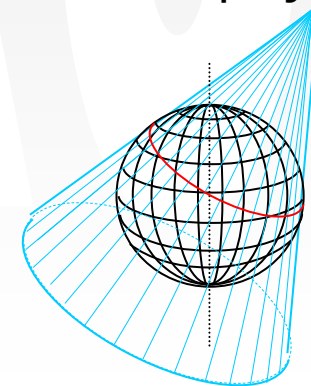
System - Jednotnej Trigonometrickej Siete Katastrálnej

- Skratka S-JTSK
- 2D súradnicový systém
- Definovaný cca. 1919-1920
- Definícia systému:
 - Besselov elipsoid 1841
 - Křovákova projekcia – konformné kuželové zobrazenie

Besselov elipsoid 1841



Křovákova projekcia

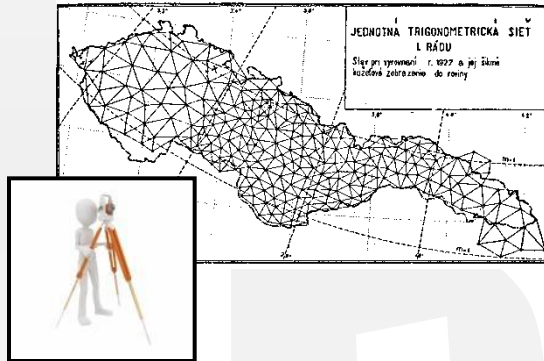




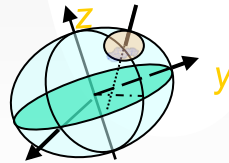
Realizácie súradnicového systému S-JTSK

pôvodná realizácia (JTSK)

- vznikla na základe presných uhlových meraní v trigonometrickej sieti



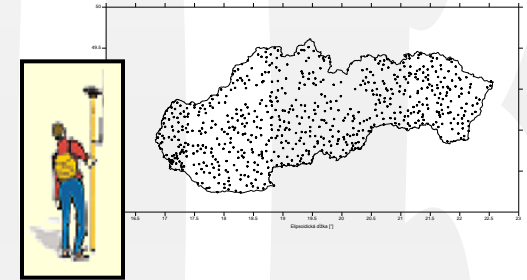
- Vyrovnanie siete: sieť ukotvená na Besselov elipsoid 1841 pomocou astronomických bodov a meraných (meranej) základnice



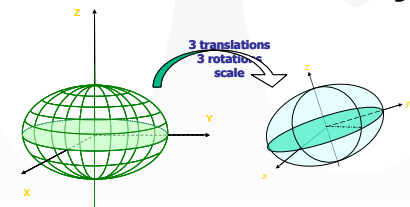
- Výpočet rovinných súradníc: aplikácia Křovákovej projekcie

nová realizácia (JTSK03)

- Vznikla na základe presných GNSS meraní v Štátnej priestorovej sieti (ETRS89)



- Vyrovnanie siete – sieť ukotvená na Besselov elipsoid 1841 z elipsoidu GRS80 pomocou 7-ich parametrov Helmertovej transformácie



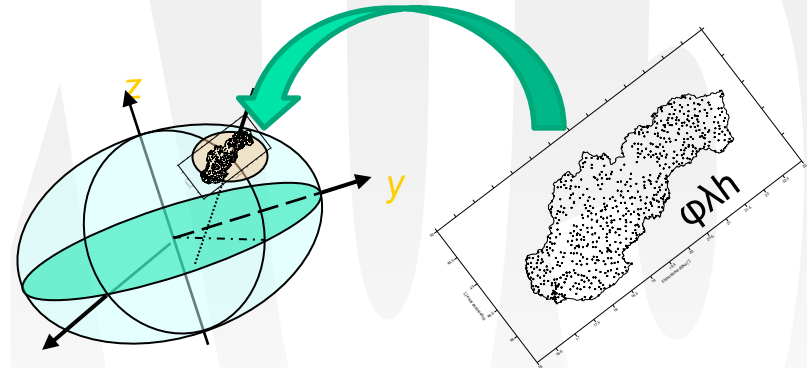
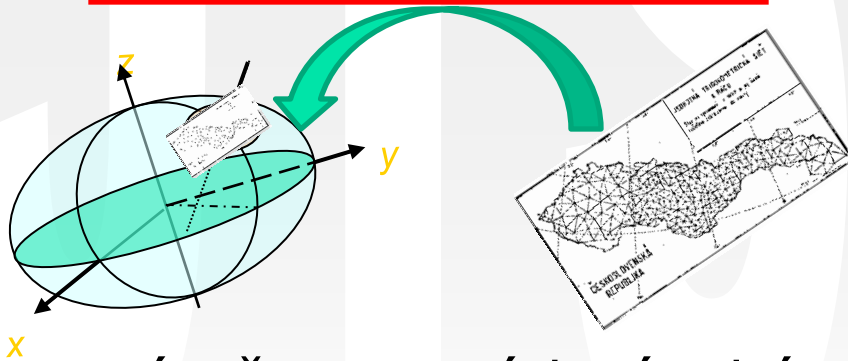
- Výpočet rovinných súradníc: aplikácia Křovákovej projekcie

Rozdiel medzi JTSK a JTSK03

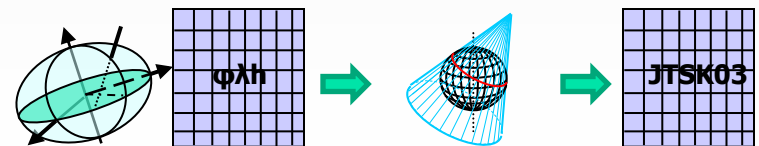
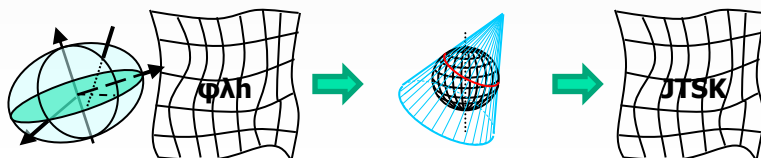
- rozdiel medzi JTSK a JTSK03 realizáciou je iba vo forme výpočtu resp. ukotvenia vyrovnanej siete bodov na Besselov elipsoid 1841

Cez množinu identických bodov pôvodnej trig. siete (astronomické merania + základnica)

7 transformačných parametrov



- Výpočet rovinných súradníc JTSK resp. JTSK03 z Besselovho elipsoidu Křovákovou projekciou ostáva nezmenený!





Genéza definovania JTSK03 realizácie

1. Umožnenie využívania moderných družicových technológií + potreba integrovania národných geodetických základov do Európskych systémov (2000-2001)
2. Vybudovanie Štátnej priestorovej siete (ŠPS) (2000-2006)
3. Určenie súradníc v ETRS89 (ETRF2000) bodom ŠPS
4. Výpočet štandardných transformačných parametrov medzi elipsoidmi GRS80 (ETRS89) a Bessel 1841 (S-JTSK) - na základe identických bodov ŠPS siete

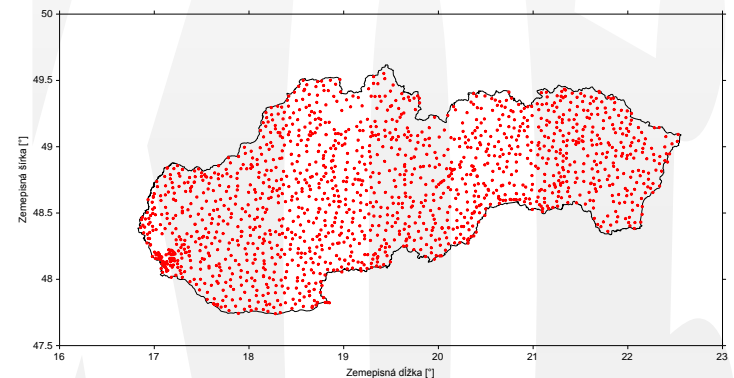
Transformačné parametre medzi elipsoidom GRS80 (ETRS89) a Bessel 1841 (S-JTSK) tvoria základ definície JTSK03 realizácie



Určenie súradníc v ETRS89 bodom ŠPS

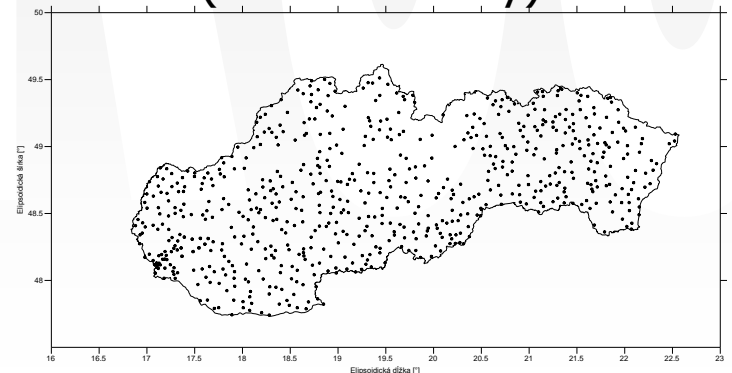
- ETRS89 je na Slovensku reprezentuje Štátna priestorová sieť (ŠPS) so súradnicami v SKTRFyyyy (Slovenský terestrický referenčný rámec)
- Aktuálna verzia je SKTRF2009 = ETRF2000
 - Založená na observáciách permanentných staníc
- Všetky body štátnej priestorovej siete majú určené ETRS89 (ETRF2000) súradnice
- 50% z ŠPS C triedy majú taktiež známe pôvodné JTSC súradnice

Štátna priestorová sieť (ŠPS) – C trieda



Body ŠPS so známymi JTSC súradnicami

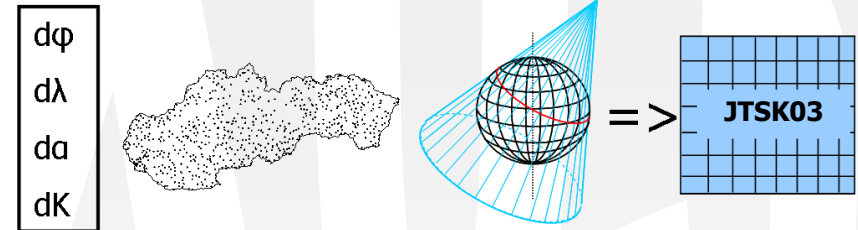
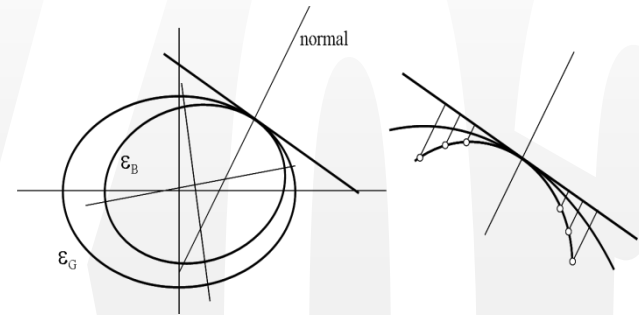
(identické body)



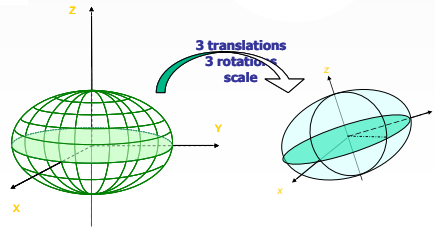


Určenie vzťahu medzi elipsoidom GRS80 (ETRS89) a Bessel 1841 (S-JTSK)

1. Odhad 4-och transformačných parametrov medzi JTSK (Bessel 1841) a ETRF2000 (GRS80) súradnicami na množine identických bodov (50% SPS) – Transformácia na povrchu elipsoidu stotožnením normál
2. Výpočet súradníc v JTSK03 (práve pomocou odhadnutých 4-och transformačných parametrov)
3. Odhad 7-ich parametrov 3D Helmertovej transformácie medzi GRS80 (ETRS89 - ETRF2000) a Bessel 1841 (S-JTSK - JTSK03) súradnicami určenými pomocou 4 transformačných parametrov = určenie vzťahu **GRS80 ↔ Bessel 1841**



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^B = \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix} + (1 + s \times 10^{-6}) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -r_z & r_y \\ r_z & 1 & -r_x \\ -r_y & r_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^A$$





Proces implementácie JTSK03 § do legislatívy

- znalosť transformačných parametrov medzi elipsoidom GRS80 a Bessel 1841 a definícia S-JTSK súradnicového systému (Křovákove zobrazenie, Besselov elipsoid) oprávňovala ÚGKK SR implementovať JTSK03 do legislatívy
- 1.4.2011 došlo k oficiálnemu zavedeniu realizácie JTSK03 do praxe vyhláškou ÚGKK SR
- Poznámka: v samotnej etape definovania jednotlivých krokov JTSK03 realizácie boli odhalené a vyriešené aj viaceré nezrovnalosti, ktoré mohli pri reálnom používaní JTSK03 spôsobovať určité nejednoznačnosti ako napr.:
 - "formálny" problém spojený so správnou voľbou parametrov Besselovho elipsoidu.



Problém voľby správnych parametrov Besselovho elipsoidu

- existujú rôzne hodnoty parametrov Besselovho elipsoidu 1841

Ellipsoid [Bessel 1841]

Code: *EPSG::7004*

Name: *Bessel 1841*

Shape: Ellipsoid

Semi-Major Axis: 6377397.155 metre

Inverse Flattening: 299.1528128 unity ✓

Bessel ellipsoid

From Wikipedia, the free encyclopedia

The **Bessel ellipsoid** (or **Bessel 1841**) is an important reference ellipsoid of continents, but will be replaced in the next decades by modern ellipsoids of the Earth.

The Bessel ellipsoid was derived 1841 by **Friedrich Wilhelm Bessel**, based on 10 meridional arcs and 38 precise measurements of the Earth's surface by **logarithms** in keeping with former **calculation** methods.

The Bessel and GPS ellipsoids

The Bessel ellipsoid fits especially well to the **geoid** curvature of Europe and is 700 m shorter than that of the mean **Earth ellipsoid** derived by satellites.

Below the two axes *a*, *b* and the flattening $f = (a - b)/a$. As for comparison, the **GPS system**.

- Bessel ellipsoid 1841 (defined by log *a* and *f*):
 - ***a* = 6.377.397,155 m**
 - ***f* = 1 / 299,1528153513233 (0,003342 773154 ± 0,000005)**
 - ***b* = 6.356.078,963 m**
- Earth ellipsoid WGS84 (defined directly by *a* and *f*):
 - *a* = 6.378.137,0 m
 - *f* = 1 / 298,257223563
 - *b* = 6.356.752,30 m.

Klasická literatúra
(napr. Vykutíl - Vyšší geodézie, 1980)

Tabuľka 1

Elipsoid				
veľičina	Bessel (1841)	Hayford (1910)	Krasovský (1940)	IAG 1967
<i>a</i>	6 377 397,155 0 m	6 378 388,000 0 m	6 378 245,000 0 m	6 378 160,000 0 m
<i>b</i>	6 356 078,963 3 m	6 356 911,948 1 m	6 356 853,018 8 m	6 356 774,516 1 m
<i>c</i>	6 398 796,849 4 m	6 399 636,608 1 m	6 399 698,801 8 m	6 399 617,429 0 m
<i>f</i>	1 : 299,152 815 =	1 : 297,0 =	1 : 298,3 =	1 : 298,247 167 =
<i>a</i> ²	0,00334 27731 8168	0,00336 70033 6700	0,00335 23298 6926	0,00335 29237 1299
<i>a</i> ²	0,00967 43722 3061	0,00972 28700 2233	0,00968 34216 2297	0,00969 40663 2966
<i>a</i> ²	0,00671 92187 9797	0,00676 81701 9722	0,00673 85254 1468	0,00673 97261 2832
<i>b</i>	0,00167 41848 0082	0,00168 63408 4081	0,00167 89791 8066	0,00167 82771 0080

**Ktoré parametre sú korektné?
Prečo sa v jednotlivých zdrojoch odlišujú?**

Možno preto, že boli v minulosti počítané pomocou logaritmickej tabuľky čo mohlo spôsobiť problém na desiatiných miestach



Implementácia JTSK03 na Slovensku

Novelizovaná vyhláška ÚGKK SR 300/2009 Z.z.

APRIL

	4	5	6	7		
1	11	12	13	14		
	18	19	20	21		
22	23	24	25	26	27	28
29	30	1	2	3	4	5

2011



rka.sk

Za obsah týchto stránok zodpovedá výhradne IURA EDITION, spol. s r. o.

26

Zbierka zákonov č. 75/2011

Strana 601

75

VYHLÁŠKA

Úradu geodézie, kartografie a katastra Slovenskej republiky

z 15. marca 2011,

ktorou sa mení a dopĺňa vyhláška Úradu geodézie, kartografie a katastra Slovenskej republiky č. 300/2009 Z. z., ktorou sa vykonáva zákon Národnej rady Slovenskej republiky č. 215/1995 Z. z. o geodézii a kartografii v znení neskorších predpisov

Úrad geodézie, kartografie a katastra Slovenskej republiky (ďalej len „úrad“) podľa § 28 ods. 1 zákona Národnej rady Slovenskej republiky č. 215/1995 Z. z. o geodézii a kartografii v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon“) ustanovuje:

v roku 1990 vo Florencii. Rezolúcia definuje ETRS89 ako systém, ktorý je stotožnený s Medzinárodným terestrickým referenčným systémom (ITRS) v epoche 1989.0 a ktorý je fixovaný na stabilnú časť Eurázij-skej tektonickej platne. Týmto ETRS89 nesie všetky vlastnosti a charakteristiky ITRS:

§2

článok 5

“... Realizácia JTSKyy má jednoznačne definovaný vzťah voči národnej realizácii ETRS89, z ktorej aj vychádza a je mierkovo homogénna s touto národnou realizáciou. Platnou realizáciou S-JTSK súradnicového systému je JTSK03...”

článok9

Globálny transformačný kľúč reprezentujúci vzťah medzi národnou realizáciou ETRS89 a JTSK03 predstavuje sedem transformačných parametrov

$$\begin{aligned}
 dX &= -485,021\text{m} & RX &= 7,786342'' \\
 dY &= -169,465\text{m} & RY &= 4,397554'' \\
 dZ &= -483,839\text{m} & RZ &= 4,102655'' \\
 ds &= 0,000000 \text{ ppm.}
 \end{aligned}$$



Implementácia JTSK03 na Slovensku informovanosť odbornej verejnosti



Slovenská spoločnosť geodetov
a kartografov

www.ssgk.sk

[Späť](#) | [O spoločnosti](#) | [Odborné podujatia](#) | [G dni](#) | [Výkonný výbor](#) | [Stanovy SSGK](#) | [Publikácie](#) | [Kontakt](#)

Odborný seminár

JTSK03

Určenie novej národnej realizácie S-JTSK

Semináre boli organizované v štyroch mestách a to v Košiciach, Banskej Bystrici, Žiline a Bratislave s cieľom aktuálne informovať o novelizácii vyhlášok ÚGKK SR č. 300/2009 Z.z. a 461/2009 Z.z., ktorých hlavnou zmenou je určenie realizácie JTSC03 v záväznom geodetickom referenčnom systéme Jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej a úpravy spojené s jej zavedením v praxi. O zmenách a ich aplikácii v praxi Vás budú informovať predstavitelia ÚGKK SR. Odborný seminár je určený najmä komerčným geodetom ale aj zamestnancom rezortu.

Program odborného seminára s prezentáciami

v Košiciach, Banskej Bystrici, Žiline a v Bratislave

09:00 Ing. Štefan Nagy, podpredseda, ÚGKK SR - **Dôvody vyhlásenia novej národnej realizácie S-JTSK**

Ing. Jozef Vlček, riaditeľ KO, ÚGKK SR - **Uplatnenie novej realizácie S-JTSK v katastri nehnuteľnosti**

Ing. Dušan Ferienc, vedúci odboru GZ, GKÚ - **Poskytovanie údajov a služieb v JTSK03**

Ing. Peter Barica, ÚGKK SR - **Novela vyhlášky ÚGKK SR č. 300/2009 Z. z., ktorou sa vykonáva zákon o geodézii a kartografii**

Ing. Martin Králik, ÚGKK SR - **Novela vyhlášky ÚGKK SR č. 461/2009 Z. z., ktorou sa vykonáva katastrálny zákon**



Spresnenie definície JTSK03

- niekedy sa napriek veľkej snahe a úsiliu objavia v priebehu vyhlasovania alebo po vyhlásení nových realizácii určité nedokonalosti v ich definícii, ktoré je potrebné dodatočne spresniť resp. dodefinovať, aby boli získané výsledky jednoznačné a správne
- v definícii JTSK03 išlo resp. ide o tieto oblasti, ktoré si vyžadujú úpravu:
 - úprava niektorých prvkov Helmertovej transformácie,
 - úprava matematický vzťahov definujúcich jednoznačnosť JTSK03 realizácie,
 - zadefinovanie druhej sady transformačných parametrov medzi ETRS89 a S-JTSK (JTSK03)

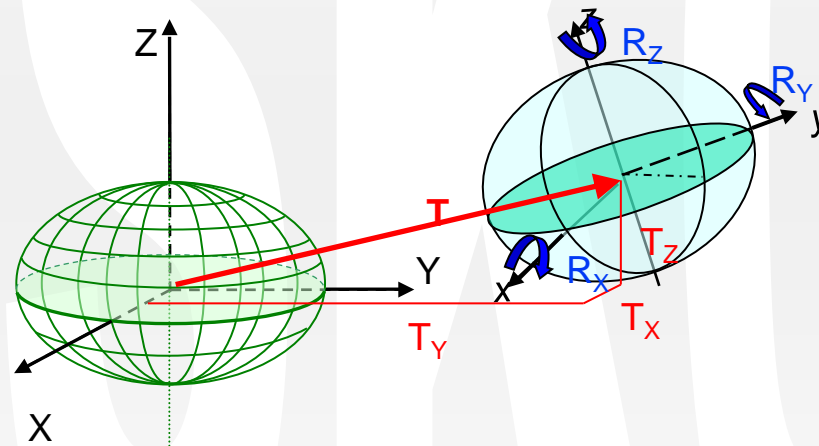
ETRS89 (ETRF200)			S-JTSK (JTSK03)		GEOTECH		Geodis		Geoteam		Ornth		Geotronics	
φ [° '"]	λ [° '"]	h [m]	y (m)	x (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δx (m)
475809.610206	173200.756215	161.345	544051.099	1303273.088	0.007	0.000	-0.001	-0.002	0.003	-0.001	0.007	-0.003	0.000	0.001
481850.520713	173332.968563	200.635	538507.048	1265299.907	0.007	0.000	-0.002	-0.003	0.018	0.013	0.007	-0.003	0.000	0.001
481839.078237	194900.944616	276.525	371824.343	1279082.589	0.008	0.000	0.003	-0.001	0.016	-0.003	0.008	-0.004	0.000	0.001
492037.626143	192338.742539	784.915	394761.737	1182374.558	0.008	0.000	-0.003	-0.002	0.018	0.000	0.008	-0.004	0.000	0.001
...
485638.430060	220148.142309	217.464	205125.923	1217097.705	0.009	0.001	0.003	0.005	0.004	0.004	0.009	-0.003	0.001	0.002
490002.811475	201327.966269	739.674	336847.689	1204404.014	0.007	0.000	-0.001	0.004	0.002	-0.009	0.007	-0.003	0.000	0.001
490028.783317	191625.949976	828.694	406183.427	1198991.212	0.008	0.000	-0.003	0.002	0.008	-0.004	0.008	-0.003	0.000	0.001
485108.774214	215102.164118	168.594	218656.482	1226776.987	0.009	0.000	0.002	-0.003	0.007	-0.001	0.009	-0.004	0.001	0.001
483824.044535	205401.512909	747.864	289523.154	1247222.483	0.009	0.000	0.004	0.003	0.011	0.018	0.009	-0.008	0.000	0.001
			Priemer		0.008	0.000	0.000	0.001	0.009	0.004	0.008	-0.003	0.000	0.001
			Max.hodnota		0.009	0.001	0.005	0.006	0.019	0.020	0.009	-0.003	0.001	0.002

Prezentované rozdiely sú čiastočne spôsobené aj nedokonalou definíciou JTSK03 realizácie



Matematické vyjadrenie vzťahu medzi elipsoidom GRS80 a Bessel 1841

- 7-prvková Helmertová transformácia predstavuje priestorový vzťah medzi elipsoidmi Bessel 1841 (S-JTSK) a GRS80 (ETRS89) – nedefinuje vzťah priamo medzi S-JTSK a ETRS89!



- tento vzťah je vyjadrený 7-mimi prvkami (parametrami)
 - 3 translácie
 - 3 rotácie
 - Zmena mierky

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} + (1 + m \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE}$$



Odhad parametrov 7-prvkovej Helmertovej transformácie

- Pri odhade transformačných parametrov JTSK03 realizácie predstavoval:
 - zdrojový systém (source) súradnice na Besselovom elipsoide (určené z S-JTSK - JTSK03 súradníc)
 - cieľový systém (target) súradnice na GRS80 elipsoide (ETRS89 - ETRF2000)

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + s \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE}$$

- Odhadnuté transformačné parametre tak platia pre smer **S-JTSK (JTSK03) -> ETRS89 (ETRF2000)**:

- Translácia v smere osi X: 485,021 m,
- Translácia v smere osi Y: 169,465 m,
- Translácia v smere osi Z: 483,839 m,
- Rotácia osi X: -7,786342",
- Rotácia osi Y: -4,397554",
- Rotácia osi Z: -4,102655",
- Parameter zmeny mierky: -0,008099 ppm.



S-JTSK (JTSK03)



ETRS89 (ETRF2000)



Definícia JTSK03

Úprava prvkov Helmertovej transformácie

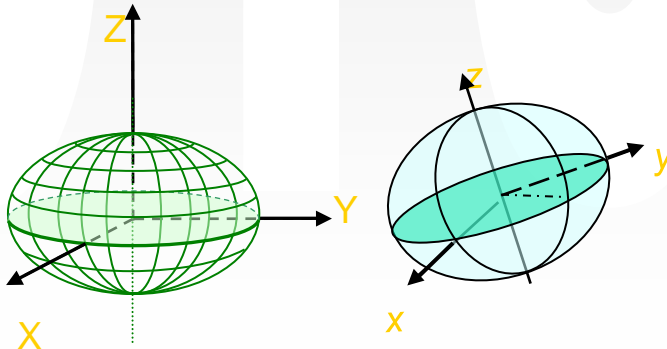
- kvôli zabezpečeniu mierkovej homogenity JTSK03 realizácie s realizáciou systému ETRS89 (ETRF2000) došlo k nasledovnej úprave prvkov Helmertovej transformácie:
 - „vynulovanie“ parametra zmeny mierky
 - Translácia v smere osi X: 485,021 m,
 - Translácia v smere osi Y: 169,465 m,
 - Translácia v smere osi Z: 483,839 m,
 - Rotácia osi X: $-7,786342''$,
 - Rotácia osi Y: $-4,397554''$,
 - Rotácia osi Z: $-4,102655''$,
 - Parameter zmeny mierky: ~~$-0,008099$~~ ppm -> **0,000000** ppm

S-JTSK (JTSK03)



ETRS89 (ETRF2000)

meter (GRS80) = meter (Bessel 1841)





Definícia JTSK03

Úprava matematických vzťahov

- kvôli zabezpečeniu jedno-jednoznačnosti transformácie ETRS89 ↔ S-JTSK (JTJK03) je potrebné v transformačných vzťahoch JTJK03 realizácie dodefinovať nutnosť nepoužívania elipsoidických výšok pri výpočte karteziánskych súradníc

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + s \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE}$$

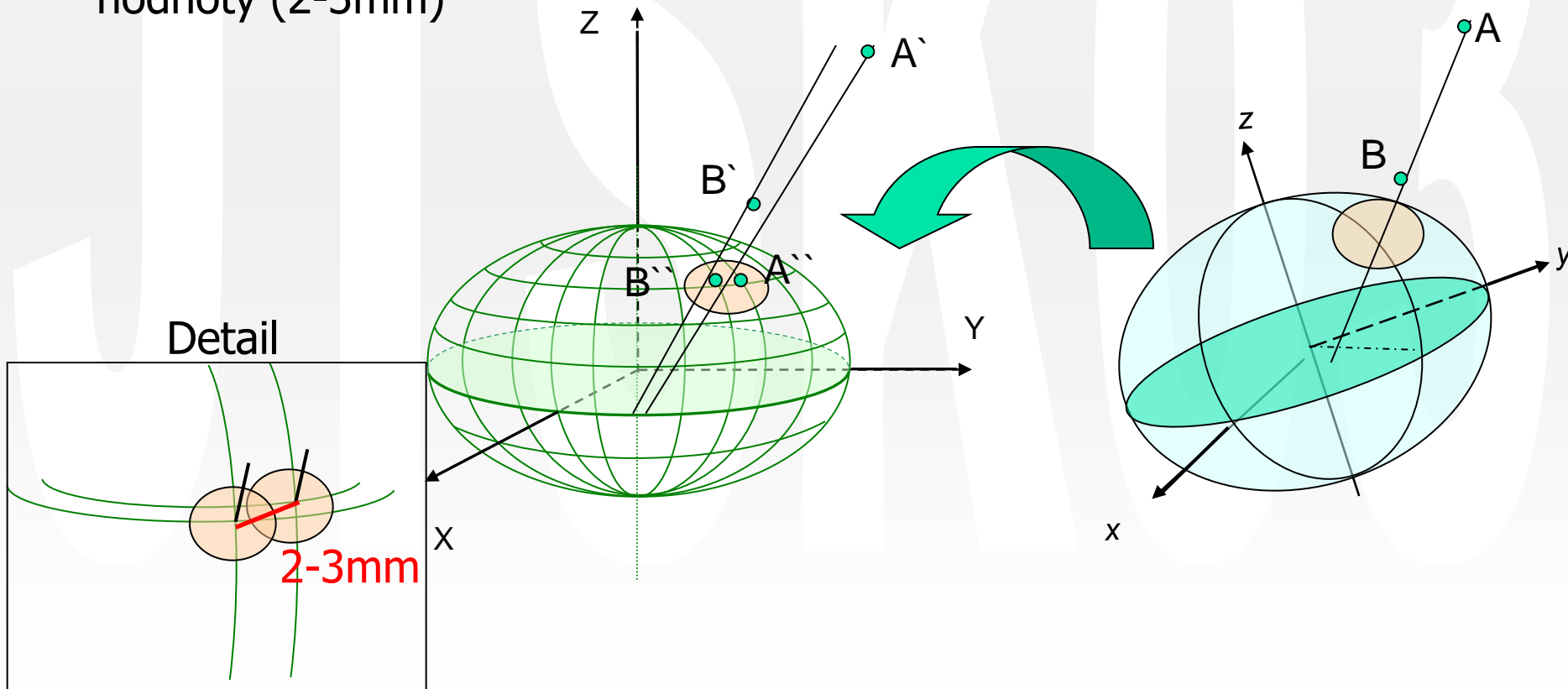
$$\begin{aligned} X &= (N + \cancel{h}) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\lambda) \\ Y &= (N + \cancel{h}) \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\lambda) \\ Z &= (N \cdot (1 - e^2) + \cancel{h}) \cdot \sin(\varphi) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} X &= (N) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\lambda) \\ Y &= (N) \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\lambda) \\ Z &= (N \cdot (1 - e^2)) \cdot \sin(\varphi) \end{aligned}$$

Chyby spôsobené neznalosťou elipsoidických výšok

- pri uvažovaní nepresných elipsoidických výšok môže dôjsť v extrémnych prípadoch ($h=2000\text{m}$) po uplatnení Helmertovej transformácie ku chybe v horizontálnej polohe, ktorá dosahuje mm hodnoty (2-3mm)





Problém reverzibility Helmertovej transformácie

- Helmertová 7-prvková transformácia predstavuje jednosmerný transformačný vzťah (t.j. nemá oficiálne definovaný reverzný vzťah)
 - Matematický zápis Helmertovej 7-prvkovej transformácie:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + m \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE} \quad \mathbf{X}_{TARGET} = \mathbf{T} + (1 + m) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{X}_{SOURCE}$$

- Pre inverzný (reverzný) vzťah platí:
 - matematická definícia

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE} = (1 + s \cdot 10^{-6})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} - \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} \right) \quad \mathbf{X}_{SOURCE} = (1 + m)^{-1} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{X}_{TARGET} - \mathbf{T})$$

- v niektorej literatúre

~~$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE} = \begin{pmatrix} -T_X \\ -T_Y \\ -T_Z \end{pmatrix} + (1 - s \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET}$$~~

nie je Helmertov vzťah!



Problém reverzibility Helmertovej transformácie

- Keďže v súčasnosti sa Helmertova transformácia používa ako jeden zo základných štandardov pri definovaní vzťahov medzi rôznymi súradnicovými systémami (aj v prípade Slovenska pri ETRS89 ↔ S-JTSK), a keďže v bežnej praxi potrebujeme pracovať v oboch smeroch, je potrebné tento nedostatok reverzibility vyriešiť:
 - Riešením je:
 - pri spätnej transformácii používať odvodené matematické vzťahy (táto možnosť je implementovaná vo viacerých bežne dostupných softvéroch, ale nie vo všetkých)
 - na spätnú transformáciu použiť korektný Helmertov vzťah a druhú sadu transformačných parametrov matematicky odvodenú z odhadnutých transformačných parametrov
- Pozn.: Použitie iba otočenia znamienok odhadnutých parametrov sa neodporúča, nakoľko nezabezpečí jednoznačnosť prevodu tam a späť



Odhad transformačných parametrov Helmertovej 7-prvkovej transformácie pre smer ETRS89 → S-JTSK (JTSK03)

- Postup: $\mathbf{T}, \mathbf{R}, m$ S-JTSK (JTSK03) → ETRS89 (ETRF2000)

- vychádzajme z maticového zápisu Helmertovho vzťahu

$$\mathbf{X}_{GRS\ 80} = \mathbf{T} + (1 + m) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{X}_{Bessel\ 1841}$$

- Pre inverznú transformáciu platí

$$\mathbf{X}_{Bessel\ 1841} = (1 + m)^{-1} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{X}_{GRS\ 80} - \mathbf{T})$$

- Po roznásobení

$$\mathbf{X}_{Bessel\ 1841} = -(1 + m)^{-1} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{T} + (1 + m)^{-1} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{X}_{GRS\ 80}$$

- Použijeme substitúcie, ktoré vlastne definujú inverzné transformačné parametre

$$\mathbf{T}_{reverzne} = -(1 + m)^{-1} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{T}$$

$$\mathbf{R}_{reverzne} = \mathbf{R}^{-1}$$

$$m_{reverzne} = (1 + m)^{-1} - 1$$



Odhad transformačných parametrov Helmertovej 7-prvkovej transformácie pre smer ETRS89 → S-JTSK (JTSK03)

- Uvedeným postupom boli získané korektné transformačné parametre pre užívateľmi najviac používaný smer ETRS89 → S-JTSK (JTSK03)

Translácia v smere osi X:	-485,014055 m
Translácia v smere osi Y:	-169,473618 m
Translácia v smere osi Z:	-483,842943 m
Rotácia osi X:	7,78625453"
Rotácia osi Y:	4,39770887"
Rotácia osi Z:	4,10248899"
Parameter zmeny mierky:	0,000000 ppm

ETRS89 (ETRF2000)



S-JTSK (JTSK03)



Porovnanie odhadnutých parametrov Helmertovej 7-prvkovej transformácie s parametrami vo vyhláške

ETRS89 (ETRF2000)



S-JTSK (JTSK03)

	<u>Správne parametre</u>	<u>Vyhláška 300/2009 Z.z.</u>
Translácia v smere osi X:	-485,014055 m	-485,021 m
Translácia v smere osi Y:	-169,473618 m	-169,465 m
Translácia v smere osi Z:	-483,842943 m	-483,839 m
Rotácia osi X:	7,78625453"	7,786342"
Rotácia osi Y:	4,39770887"	4,397554"
Rotácia osi Z:	4,10248899"	4,102655"
Parameter zmeny mierky:	0,000000 ppm	0,000000 ppm

Pozn. Uvedený rozdiel spôsobuje systematickú chybu v rovine JTSK03 8 mm resp. 1 mm v jednotlivých súradnicových zložkách



Riešenie reverzibility Helmertovej 7-prvkovej transformácie v softvéroch majúcej možnosť reverzie Helmertového vzťahu

- väčšina dostupných výpočtových/transformačných softvérov (napr. TBC, TGO, ArcGIS...) má automaticky implementovanú možnosť správnej spätnej transformácie Helmertového vzťahu a bez uvažovania elipsoidických výšok

TAM

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} + (1 + m \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE}$$

SPÄŤ

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE} = (1 + m \cdot 10^{-6})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} - \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} \right)$$

- POZOR na správnu voľbu zdrojového a cieľového súradnicového systému podľa použitých transformačných parametrov



Riešenie reverzibility Helmertovej 7-prvkovej transformácie v GNSS prijímačoch a softvéroch pracujúcich iba so štandardným Helmertovým vzťahom

- Podľa našich skúseností dostupné GNSS prijímače prípadne niektoré softvéry
 - nemajú implementovanú možnosť nastavenia zdrojového a cieľového súradnicového systému (ako zdroj majú vždy ETRS89)
 - vedia používať iba klasický tvar Helmertovho transformačného vzťahu

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{TARGET} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + m \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}^{SOURCE}$$

- Pre tieto prípady je preto potrebné poznať transformačné parametre pre oba smery ETRS89 ↔ S-JTSK (JTSK03) a tie podľa potreby správne použiť

Translácia v smere osi X:	-485,014055 m
Translácia v smere osi Y:	-169,473618 m
Translácia v smere osi Z:	-483,842943 m
Rotácia osi X:	7,78625453"
Rotácia osi Y:	4,39770887"
Rotácia osi Z:	4,10248899"
Parameter zmeny mierky:	0,000000 ppm



JTSK03 realizácia

Záver

- Pre umožnenie korektného a jednoznačného používania JTSK03 realizácie je nutné
 - doplniť do vyhlášky ÚGKK SR č.300/2009 Z.z. (novelizácia) odhadnutú druhú sadu transformačných parametrov pre smer ETRS89 → S-JTSK (JTSK03)
 - dokončiť vytvorenie dokumentu jednoznačne definujúceho realizáciu JTSK03 so všetkými potrebnými informáciami
- taktiež je potrebné naučiť užšiu ale aj širšiu odbornú geodetickú verejnosť a vyrastajúcu generáciu správne používať transformačné parametre a korektné pracovať s JTSK03 realizáciou

Výsledok:
už žiadne rozdiely!

ETRS89 (ETRF200)			S-JTSK (JTSK03)			GEO TECH		Geodis		Geotram		Oimh		Geotronics	
φ [° '"]	λ [° '"]	h [m]	x [m]	y [m]	z [m]	Δx [m]	Δy [m]	Δz [m]	Δx [m]	Δy [m]	Δz [m]	Δx [m]	Δy [m]	Δz [m]	Δx [m]
475839.610206	173000.756215	161.345	544051.089	1303273.086	0.007	0.000	-0.001	-0.002	0.003	-0.001	0.007	-0.003	0.000	0.001	0.000
481860.520713	173332.968693	200.635	538507.049	1285298.907	0.000	0.000	-0.002	-0.003	0.019	0.007	-0.003	0.000	0.000	0.001	0.000
481839.078237	194000.844616	276.525	371624.343	1279082.588	0.008	0.006	-0.003	-0.001	0.016	-0.003	0.008	-0.004	0.000	0.001	0.000
492037.626143	192388.742539	784.915	394781.737	1182374.558	0.008	0.000	-0.003	-0.002	0.019	0.000	0.008	-0.004	0.000	0.001	0.000
485538.430060	220148.142309	217.464	205125.823	1217097.705	0.008	0.001	0.003	0.006	0.004	0.004	0.008	-0.003	0.001	0.002	0.000
490002.811475	201327.966269	739.674	336947.689	1204404.014	0.007	0.000	-0.001	0.004	0.002	0.009	0.007	-0.003	0.000	0.001	0.000
490026.783317	191625.949876	828.694	408183.427	1198991.212	0.008	0.000	-0.003	-0.002	0.008	-0.004	0.008	-0.003	0.000	0.001	0.000
485108.774214	216102.164118	188.594	2118656.492	1228778.887	0.008	0.000	0.002	-0.003	0.007	-0.001	0.008	-0.004	0.001	0.001	0.000
483834.044535	206401.512903	747.864	288523.154	1247223.483	0.008	0.000	0.004	0.003	0.011	0.019	0.008	-0.003	0.000	0.001	0.000
					Priemer	0.008	0.000	0.000	0.001	0.009	0.004	0.008	-0.003	0.000	0.001
					Max.hodnota	0.009	0.001	0.005	0.008	0.019	0.020	0.008	-0.003	0.001	0.002



AWTS – autorizovaná transformačná služba

- Službu môžete bez problémov nad'alej používať pri obojsmerných transformáciách ETRS89 ↔ S-JTSK (JTSK03)

Prihlásiť anonym **TRANSFORMAČNÁ SLUŽBA**
Geodetický a kartografický ústav Bratislava

Autorizovaná transformácia súradníc bodov medzi záväznými geodetickými systémami

Na vykonanie autorizovaných transformácií sú použité referenčné digitálne modely reziduálnych zložiek (DMRZ -JTSK), digitálny výškový referenčný model (DVRM-Bpv) a transformačné parametre TPM-JTSK, TPM-JTSKy.
Globálne transformačné parametre pre Slovensko z realizácie JTSKy(Besselov) do realizácie ETRS89(GRS80)
Popis transformácie : Transformácia medzi 3D karteziánskymi sústavami K1, KJ cez BURŠA-WOLFOV MODEL verzia 1/2007 : 03.10.2006

translačné prvky $dX = 485,021$ m, $dY = 169,465$ m, $dZ = 483,839$ m,
rotačné prvky $\omega X = -7,786342$, $\omega Y = -4,397554$, $\omega Z = -4,102655$,
zmena mierky $K = -0,00000$ ppm.

<http://awts.skgeodesy.sk>

Prihlásiť anonym **TRANSFORMAČNÁ SLUŽBA**
Geodetický a kartografický ústav Bratislava

Transformácia medzi ETRS89 a S-JTSK

Transformácia na povrchu elipsoidu GRS80 metódou statoženia normál vedajších ťažiskami

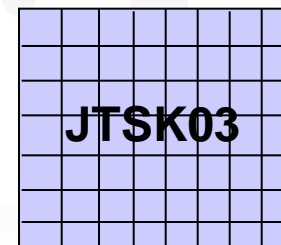
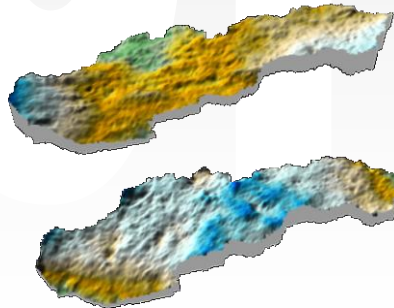
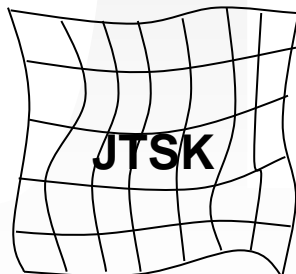
Označenie bodu :

Ako transformovať jeden bod ...

ETRS89(GRS80)				S-JTSK(BESSEL)			
				X	JTSK	JTSK03	X
B	48	25	16,52652	x	1254229,966	1254229,900	[m]
L	17	40	25,19634	y	528936,561	528937,354	[m]
h			526,15	H		482,982	[m] (Bpv)
n			43,323	xx			
X				X			X
X			4040964,925	B	482518,255404	482518,255118	[m]
Y			1287590,231	L	174030,242360	174030,203621	[m]
Z			4748484,723	h		526,305	[m]

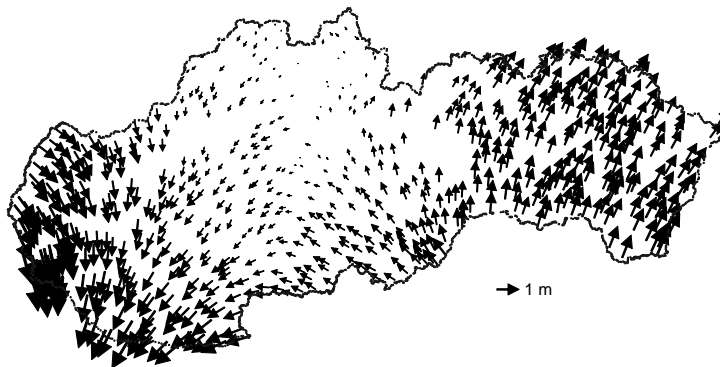
Vzťah medzi JTSK a JTSK03

- **vzťah medzi realizáciami JTSK a JTSK03 sa nedá určiť jednoznačne!**
- možnosť iba približného určenia na základe modelovania rozdielov JTSK03-JTSK
- napr. GKÚ – vytvorilo DMRZ (digitálne modely reziduálnych zložiek)
 - presnosť DMRZ cca 4-5cm, ale miestami aj výrazne viac!
- pre túto nejednoznačnosť nie sú modely DMRZ vyhlásené za referenčné a preto ani nie sú definované vo vyhláske ÚGKK SR 300/2009



Vzťah medzi JTSK a JTSK03 v AWTS

- v AWTS je k dispozícii práve transformácia S-JTSK (JTSK) \leftrightarrow S-JTSK (JTSK03) založená na DMRZ (reziduálnych modeloch)
- rezíduá dosahujú hodnoty do 1.3m
- modelovaná je osobitne každá zložka (x,y)




TRANSFORMAČNÁ SLUŽBA
Geodetický a kartografický ústav Bratislava

Transformácia medzi ETRS89 a S-JTSK

Označenie bodu:

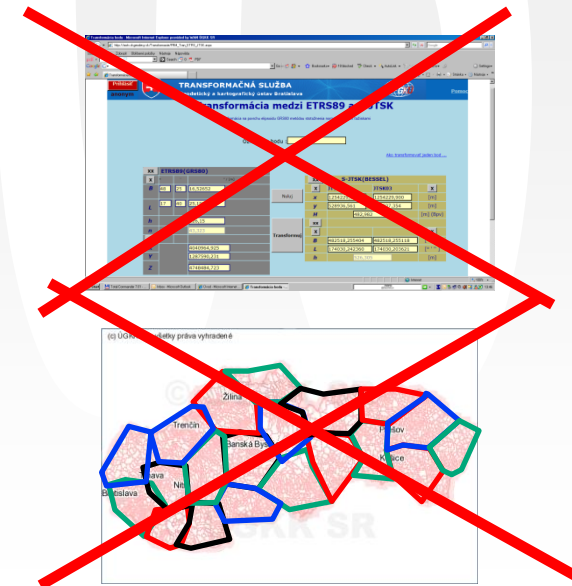
[ako transformovať jeden bod...](#)

xx ETRS89(GRS80)		Nulový		yy S-JTSK(BESSEL)		
X	500000			X	JTSK03	
B	55,52652			X	1254229,988	
L	40			Y	1254229,900	
H	55,19434			Y	528937,354	
B	526,15			H	482,982	
X	4040964,925			X	482,982	
Y	1287590,231			B	482518,255404	
Z	4749484,923			L	174030,242360	
				h	174030,203621	
					h	0,76,305

- **v AWTS dostupná transformácia JTSK \leftrightarrow JTSK03 nie je referenčná!**
- Pozor! Ide iba o približnú transformáciu (odhadnutá iba z cca 680 identických bodov)

Práca v pôvodnej realizácii JTSK

- **Ako teda správne pracovať v JTSK?**
- Správny prístup
 - Vlastný lokálny transformačný kľúč (model) = nutnosť merania identických bodov v lokalite merania (odporúčanie rezortu)
- Nesprávny (ale pohodlnejší) prístup
 - AWTS (modely DMRZ)
 - Predpripravené „lokálne“ kľúče





Ďakujem za pozornosť!

Ing. Branislav DROŠČÁK, PhD.

Geodetický a Kartografický ústav v Bratislave

branislav.droscak@skgeodesy.sk